Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

V разред

1. Одреди све скупове X за које важи
$$\{a, b, c\} \cup X = \{a, b, c, d\}.$$

2. Одреди природан број n који је дељив са 3 и задовољава услов
$$\frac{4}{9} < \frac{n}{2016} \leq \frac{25}{56}.$$

3. Од две кутије шибица величине 6cm × 4cm × 1cm сложен је један квадар. Коју вредност може имати површина тог квадра?

4. Одреди најмањи природан број који при дељењу са 3 даје остатак 2, при дељењу са 5 даје остатак 3 и при дељењу са 7 даје остатак 5.

5. На табли је написан број 201602. Два дечака играју игру у којој наизменично вуку потезе. Један потез се састоји у повећавању за по 1 неке две (произвољно изабране) цифре претходно добијеног броја. Победник је онај после чијег потеза су све цифре написаног шестоцифреног броја једнаке. Да ли у овој игри може постојати победник?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Скуп X може бити један од следећих осам скупова:
$$\{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}.$$
(1 скуп тачно наведен: 0 поена; 2–4 скупа: 5 поена; 5-6 скупова: 10 поена; 7 скупова: 15 поена; сви тачно наведени: 20 поена. За сваки нетачно наведени скуп одузети 2 поена. Укупан број поена не може бити негативан).

2. **(МЛ 49/3)** Како је $2016 = 4 \cdot 9 \cdot 56$, то полазну неједнакост можемо написати у облику $\frac{896}{2016} < \frac{n}{2016} \leq \frac{900}{2016}$, па је сада $896 < n \leq 900$ (**10 поена**). Како n мора бити и дељиво са 3, то имамо два решења: 897 и 900 (свако решење по **5 поена**).

3. Површина једне шибице је $2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 6cm \cdot 1cm + 4cm \cdot 1cm) = 68cm^2$. Површина две шибице је $136cm^2$ (**5 поена**). Површина квадра у cm^2 добија се када се од 136 одузму површине две стране шибица које се поклапају у спајању. Дакле, у зависности од начина спајања површина добијеног квадра може бити: $136cm^2 - 2 \cdot 6cm \cdot 4cm = 88cm^2$; $136cm^2 - 2 \cdot 6cm \cdot 1cm = 124cm^2$; $136cm^2 - 2 \cdot 4cm \cdot 1cm = 128cm^2$ (свако тачно решење по **5 поена**).

4. Ако траженом броју додамо 2 он ће бити дељив и са 5 и са 7, тј. биће дељив са 35. Дакле, тражени број је облика $35k - 2$ (**10 поена**) ($k \in N$), па он може бити 33, 68, 103, ... Провером закључујемо да је најмањи међу овим бројевима који при дељењу са 3 даје остатак 2 број 68 (**10 поена**).

5. **(МЛ 49/5)** Збир цифара броја 201602 је 11, тј. непаран број. Ако један дечак повећава за по 1 две цифре, то ће после његовог потеза збир цифара новог броја бити за 2 већи од претходног па ће и он бити непаран. Ако победник треба да има 6 једнаких цифара у броју, њихов збир мора бити паран, а како се то не постиже ни после једног потеза два дечака, то у игри не постоји победник (**20 поена**. Не признавати одговор НЕ ако је без образложења).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

V разред

1. Одреди све скупове X за које важи
$$\{a, b, c\} \cup X = \{a, b, c, d\}.$$

2. Одреди природан број n који је дељив са 3 и задовољава услов
$$\frac{4}{9} < \frac{n}{2016} \le \frac{25}{56}.$$

3. Од две кутије шибица величине $6cm \times 4cm \times 1cm$ сложен је један квадар. Коју вредност може имати површина тог квадра?

4. Одреди најмањи природан број који при дељењу са 3 даје остатак 2, при дељењу са 5 даје остатак 3 и при дељењу са 7 даје остатак 5.

5. На табли је написан број 201602. Два дечака играју игру у којој наизменично вуку потезе. Један потез се састоји у повећавању за по 1 неке две (произвољно изабране) цифре претходно добијеног броја. Победник је онај после чијег потеза су све цифре написаног шестоцифреног броја једнаке. Да ли у овој игри може постојати победник?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Скуп X може бити један од следећих осам скупова:
$$\{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}.$$
(1 скуп тачно наведен: 0 поена; 2–4 скупа: 5 поена; 5-6 скупова: 10 поена; 7 скупова: 15 поена; сви тачно наведени: 20 поена. За сваки нетачно наведени скуп одузети 2 поена. Укупан број поена не може бити негативан).

2. (**МЛ 49/3**) Како је $2016 = 4 \cdot 9 \cdot 56$, то полазну неједнакост можемо написати у облику $\frac{896}{2016} < \frac{n}{2016} \le \frac{900}{2016}$, па је сада $896 < n \le 900$ (**10 поена**). Како n мора бити и дељиво са 3, то имамо два решења: 897 и 900 (свако решење по **5 поена**).

3. Површина једне шибице је $2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 6cm \cdot 1cm + 4cm \cdot 1cm) = 68cm^2$. Површина две шибице је $136cm^2$ (**5 поена**). Површина квадра у cm^2 добија се када се од 136 одузму површине две стране шибица које се поклапају у спајању. Дакле, у зависности од начина спајања површина добијеног квадра може бити: $136cm^2 - 2 \cdot 6cm \cdot 4cm = 88cm^2$; $136cm^2 - 2 \cdot 6cm \cdot 1cm = 124cm^2$; $136cm^2 - 2 \cdot 4cm \cdot 1cm = 128cm^2$ (свако тачно решење по **5 поена**).

4. Ако траженом броју додамо 2 он ће бити дељив и са 5 и са 7, тј. биће дељив са 35. Дакле, тражени број је облика $35k - 2$ (**10 поена**) ($k \in N$), па он може бити 33, 68, 103, ... Провером закључујемо да је најмањи међу овим бројевима који при дељењу са 3 даје остатак 2 број 68 (**10 поена**).

5. (**МЛ 49/5**) Збир цифара броја 201602 је 11, тј. непаран број. Ако један дечак повећава за по 1 две цифре, то ће после његовог потеза збир цифара новог броја бити за 2 већи од претходног па ће и он бити непаран. Ако победник треба да има 6 једнаких цифара у броју, њихов збир мора бити паран, а како се то не постиже ни после једног потеза два дечака, то у игри не постоји победник (**20 поена**. Не признавати одговор НЕ ако је без образложења).