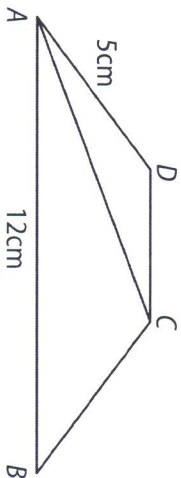


Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
24.02.2018 – VII разред

1. Израчунај вредност израза $\left(\frac{9^{10} \cdot (-4)^{25} \cdot 18^{100}}{8^{50} \cdot (-3)^{220}} \right)^{2017} + \left(\frac{12^{100} \cdot 3^{100}}{(-6)^{200}} \right)^{2018}$.

2. На слици је приказан једнакокраки трапез $ABCD$. Ако је површина троугла ABC три пута већа од површине троугла ACD израчунај обим и површину трапеза $ABCD$.



3. Одреди последњу цифру збира $1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9 + 10^{10}$.

4. Ако је

$$A = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \dots + 2017 \cdot 2018$$

и

$$B = 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + \dots + 2018 \cdot 2019,$$

израчунати вредност израза $\frac{B-A}{1010}$.

5. Кружница чији је пречник средња линија паралелна хипотенузи AB правоуглог троугла ABC сече хипотенузу у тачкама M и N . Ако су катете троугла $AC = 6\text{cm}$ и $BC = 8\text{cm}$, израчунај дужину дужи MN .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 51/5) $\left(\frac{9^{10} \cdot (-4)^{25} \cdot 18^{100}}{8^{50} \cdot (-3)^{220}} \right)^{2017} + \left(\frac{12^{100} \cdot 3^{100}}{(-6)^{200}} \right)^{2018} =$
 $\left(\frac{3^{20} \cdot 2^{50} \cdot 2^{100} \cdot 3^{200}}{2^{150} \cdot 3^{220}} \right)^{2017} + \left(\frac{2^{200} \cdot 3^{100} \cdot 3^{100}}{2^{200} \cdot 3^{200}} \right)^{2018}$ [10 поена] $= -1 + 1 = 0$ [10 поена].

2. (МЛ 52/1) Троуглови ABC и ADC имају једнаке висине, па из услова задатка следи да је $CD = \frac{1}{3} \cdot AB = 4\text{cm}$ [7 поена]. Како су познате дужине основица и крака, применом Питагорине теореме добијемо да је висина трапеза 3cm [7 поена], па је његов обим 26cm [3 поена], а површина 24cm^2 [3 поена].

3. Последње цифре бројева $1^1, 2^2, 3^3, \dots, 9^9, 10^{10}$ су, редом, $1, 4, 7, 6, 5, 6, 3, 6, 9, 0$ [10 поена], па је последња цифра датог збира једнака последњој цифри збира, $1 + 4 + 7 + 6 + 5 + 6 + 3 + 6 + 9 + 0 = 47$, дакле 7 [10 поена].

4. Како је $B - A = 2 \cdot (2 + 4 + 6 + \dots + 2018)$ [8 поена]
 $= 4 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 1009)$
 $= 4 \cdot \frac{1009 \cdot 1010}{2} = 2 \cdot 1009 \cdot 1010$ [8 поена],

то је $\frac{B-A}{1010} = 2018$ [4 поена].

5. Дужина хипотенузе AB је 10cm , па је дужина поменуће средње линије 5cm , а полупречник кружнице $5\text{N} = 2,5\text{cm}$ [7 поена]. Висина троугла ABC је $\frac{AC \cdot BC}{AB} = 4,8\text{cm}$, па је растојање SP средшта S средње линије од тетиве MN једнако половини те висине, дакле $2,4\text{cm}$ [7 поена]. Из правоуглог троугла SPN добијемо да је $PN^2 = SN^2 - SP^2 = (2,5\text{cm})^2 - (2,4\text{cm})^2 = 0,49\text{cm}^2$, па је $PN = 0,7\text{cm}$ и $MN = 2 \cdot PN = 1,4\text{cm}$ [6 поена].

